

# 推測統計学に基づく測位・測量成果の品質管理の推進

中根 勝見 (アイサンテクノロジー株式会社)

## 要旨

日本の誤差論教育における測量士国家試験問題教育に示されている内容は、19世紀に発達した「大量のデータを前提にした集団の規則性を記述する記述統計学」に基づいている。具体的には、①誤差の正規分布依存②真値の不可知③真値からの散布度で定義される標準偏差、等が現在の推測統計学の内容と異なっている。一方、公共測量作業規程の準則（以下、単に準則という。）は、2008年に、20世紀に発展してきた「標本に基づく母集団の母数を推定しそれを検定する推測統計学」の成果に基づくISOの内容であるJPGIS (Japan Profile for Geographic Information Standards) を導入した。しかし、実際のところ、準則は、推測統計学に完全になりきっていない。本報告は、“20世紀に発達した推測統計学に基づくISO (JIS) 及び地理情報標準の普及が必要である。”ことを主張している。

## 1. はじめに

中根 (2018)<sup>1)</sup> は、写真測量学会誌に「日本における誤差論の歴史的考察」を公表している。本報告は、その理論的内容を前提としたものである。

測量成果の品質管理に関する学問的基礎は、統計学である。ガウス (1777-1855) 後、ピアソン (1857-1936) に代表される「記述統計学」に進んで行った。記述統計学は、“大量のデータを前提にした集団の規則性を記述するもので、自然の語ることを謙虚に聞くという単なる記述”であり、19世紀後半から20世紀初頭に

かけて発達したものである。20世紀に入り、1922年のフィッシャー (1890-1962) による論文「理論統計学の数学的基礎」を一つの時代区切りとして、「推測統計学」と言われる時代に入った (簗谷、1992)<sup>2)</sup>。推測統計学は、標本から母集団の母数を推定し検証するもので、“自然に対して積極的に問いかけ、その内蔵するものを引き出し、検証するもの”である。しかし、推測統計学は直ちに測地学へ導入されたわけではなく、統計的仮説検定が、本格的に測地学の論文及び教科書に使われるようになったのは、20世紀後半になってからである (例えば、Koch, 1988)<sup>3)</sup>。とりわけ計算量の多い測地学では、推測統計学の実用化には電子計算機の実用化が不可欠であった。

本報告は、主として測量士国家試験問題、準則及びISO (JIS) のような公的文献を通じて、推測統計学時代の日本における測量成果の品質管理を考察する。

## 2. 測量士国家試験問題

平成に入ってから測量士国家試験問題を「日本測量協会 (平成27年) : 測量士・測量士補国家試験受験テキスト (以下、受験テキストという。)<sup>4)</sup> 及び「測量士補国家試験問題と解答集 (平成30年まで)、以下、解答集という」<sup>5)</sup> によって調べてみる。

### 2.1 標準偏差の定義

ある母集団から無作為に抽出した  $n$  個の標本  $X_1, X_2, \dots, X_n$  がある。平均値を  $\mu = E[X]$  とすると、分散  $\sigma^2$  は式 (1) で定義される。た

だし、 $E[*]$  は期待値記号である。標準偏差は、分散の正值の平方根である。

$$\sigma^2 = E[(X - E[X])^2] \quad (1)$$

この式(1)は、日本の文部科学省の学校教育及び統計学の教科書が教える分散で、「平均値からの散布度」で定義されている。

一方、受験テキストは、標準偏差として、「真値からの散布度」である式(2)を定義している。

$$m^2 = \{\sum xx\} / n \quad (2)$$

ただし、 $x$ は、誤差(=観測値-真値)である。

標準偏差は、重要な品質評価の尺度であるが、日本の測量教育は、文部科学省の定義と異なった内容になっているのである。

## 2.2 観測値の真値の不可知

下枠内の文章は、解答集に示された平成12年測量士午前No.2問B.の誤差論の出題と(回答)である。ただし、下線は筆者によるもので、観測値の真値の不可知を示すものである。同様に、平成19年午前No.2問A、平成22年午前No.5及び平成29年午前No.7において、「観測値の真値の不可知」を主張する出題がある。頻繁に出題される内容なので、測量の初学者の脳裏に、深く刻まれているものであろう。

ある量を直接あるいは間接に測定した値と(真値)の差を誤差という。測量作業では、精密な機器を用いて、どれほど注意を払っても、測定した値は測定するごとにわずかに異なった値となるのが普通である。すなわち、(真値)を求めることは不可能に近い。したがって、複数の測定値から、最も確からしい値、すなわち(最確値)を統計的に推定し、その誤差の大きさを推定する。誤差には(系統)誤差と(偶然)誤差がある。(系統)誤差は、測距儀の器械定数や変調周波数の変化による距離測定の誤差など、ある規則性を持って影響する誤差であるので、観測方法や各種補正計算により小さくす

ることが可能である。(偶然)誤差は、様々な原因により起こる微細な誤差の集まりで、個々の原因が特定できないので、除去することが不可能又は困難である。また、小さい誤差の方が大きな誤差よりも多く発生するという性質がある。観測者の不注意によって生じる測定値の誤りを(過失)誤差として、誤差に含めることもある。

この出題に関する日本測量協会発行の模範解答集(平成24年)<sup>6)</sup>は、“無限回の観測により真値が得られる。神のみぞ知る本当の値である真値”のように「真値の不可知」を解説している。無限回の観測を前提として、平均値が真値に近づく大数の法則が使われるのであろう。一方、現行の準則第41条は、座標及び距離の計算結果の表示単位は「mm」と定めていて、真値も「mm」単位の表示でよい。例えば、準則の航空レーザ第324条(調整用基準点の測定)は、調整用基準点の参照(真)値を規定したものであるが、その表示単位も「mm」である。準則は、神様が要求する無限桁の真値を要求しているわけではない。

準則はJISの規定による、真値の实在を前提にした平均二乗誤差(又、RMS誤差)を導入しているのであるから、模範解答集の解説“真値の不可知”は準則の規定と異なった内容である。“神のみぞ知る”のような表現は、科学が十分発達していなかったガウス時代の空想の世界によるものであるように思うが、現在は真値を实在値として扱うのである。

## 2.3 偶然誤差の正規分布依存

下枠内の文章は、平成14年測量士午前No.2問B.に示された誤差論の出題と回答である。ただし、下線は筆者によるもので、偶然誤差の正規分布依存を示すものである。同様に、平成18年午前No.2問Aにおいて、偶然誤差の

正規分布依存の出題がある。

一般に測定値は測るたびに異なる。これは測定誤差に起因するものである。誤差には、測量機器が正しく機能していない場合や測定者に固有の癖がある場合に一定の傾向で生じる（系統誤差）と、測定者が注意しても避けることができず、補正することができない（偶然）がある。こうした誤差の影響を取り除き、最も信頼できる値として（最確値）を求めるための手法を取り扱うのが誤差論である。（系統誤差）はその原因が分かれば、測定作業を注意深く行い適切な補正を施すことで除去できる場合が多い。（偶然誤差）は、通常、平均値が0の正規分布に従うものとして取り扱われる。このとき、（偶然誤差）の絶対値が標準偏差以下となる確率は（約68%）である。

“偶然誤差は、平均値が0の正規分布に従うものとして取り扱われる。偶然誤差の絶対値が標準偏差以下となる確率は68%である。”のような偶然誤差の正規分布依存を問うた出題は、大量の観測値を前提とした「中心極限定理」に従う場合である。現在の推測統計学においては、偶然誤差の正規分布依存を仮定する必要はないが、信頼区間の推定や検定では、確率分布の特定が必要なことがある（Mikhail, 1976）<sup>7)</sup>。

準則第37条に定められた距離測定は、2セットである。実際のところ、準則に定められた測定回数は、正規分布を仮定できる測定回数  $n > 30$  はあり得ない。このような小標本の場合、正規分布でなく、 $t$  分布が使われるのである。

## 2.4 19世紀の誤差論は偶然誤差が評価の中心

19世紀の誤差論は、測定値の信頼度として、偶然誤差を主体とした評価による「精度」を使っていた。そのためか、日本の誤差論教育の品

質評価は、ほとんど「精度」で賄われている。次章で考察するように、「正確度」が入り込む余地は少ない。

## 3. 精度から正確度へ

2008年の準則の改正により、ISO (JIS) を基準とした品質評価が導入された。この新しい品質評価は、偶然誤差だけでなく系統誤差も評価の対象となる「正確度」であり、その尺度は「式 (3) の平均二乗誤差 (又はその正の平方根のRMS誤差)」であって (Mikhail, 1976)<sup>7)</sup>、ISO (JIS) 及び地理情報標準等に定義されている。ただし、 $\tau$  を真値として、 $\beta = \mu - \tau$  である。

$$M^2 = E[(X - \tau)^2] = \sigma^2 + \beta^2 \quad (3)$$

この平均二乗誤差は、偶然誤差 ( $\sigma^2$ ) のみならず、系統誤差 ( $\beta$ ) が評価できるのである。19世紀には、真値の存在を否定していたが、JIS X 7113 (2004)<sup>8)</sup> の定義は、真値は空想のものではなく、“論議領域を実現するものとして採択された参照値”と実在値を定義している。その上で、真値を基準とした正確度を定義している。

**【注】** 式 (3) に示す平均二乗誤差は、国土調査法施行令第15条別表第四で使われている平均二乗誤差とは異なった尺度である。

地理情報標準 (第2版) 入門<sup>9)</sup> は、“地理情報の世界では正確度を確からしさの尺度にします。”としている。地理情報標準 (第2版) 解説<sup>10)</sup> は、第1版 (地理情報化委員会、1999)<sup>11)</sup> の「位置精度」を「位置正確度」に改正し、それは「絶対 (又は外部) 正確度」及び「相対 (または内部) 正確度」と定義した。

一方、前章で見たように、日本の測量教育は、19世紀の記述統計学の影響を強く受けたもので、その影響は、現在も続いているように見える。「絶対精度」及び「相対精度」という「精度」用語は、測地学の教科書及びISO (JIS) の定

義に見当たらないもので、日本の19世紀の「精度」中心の誤差論教育の延長線上の用語使用と思える。国土地理院のウェブサイトにおいて、「絶対精度」及び「相対精度」で検索すると、多くの記述が見つかる。国土地理院測地部（平成30年）<sup>12)</sup>は、「位置情報基盤を構成するパブリックタグ情報共有のための標準仕様Ver.1.1」において、“相対精度とは、近傍のタグ同士の相対的な位置関係の誤差のことをいう。”と定義しているが、誤差は、偶然誤差と系統誤差によるものであるから、地理情報標準では「相対正確度」と定義されているものである。又、国土地理院報告会（平成24年）<sup>13)</sup>では、地殻の歪を「相対精度」と呼んでいる。すなわち、2点間の測定で発生する誤差が、その2点間の距離との相対関係で評価されるのである。10kmの測定で発生する1cmの誤差と10mの測定で発生する1cmの誤差を「相対精度」として誤差評価をしようとするものである。

U.S. Geological Survey (2015)<sup>14)</sup>「Standards for Digital Elevation Models : 1-Meter Digital Elevation Model Specification」によれば、「accuracy」は100箇所が使われ、「precision」は4箇所が使われているにすぎない。品質管理の信頼度が「正確度 (accuracy)」によるのであるから、accuracyの使用頻度が高いのは当然の結果であろう。一方、準則は、257箇所で「精度」の用語を使っているが、「正確度」の用語は12箇所に過ぎなく、正確度の普及が滞っているように思える。例えば、車載写真レーザー測定の準則第112条は、「調整点の精度」としている。調整点は、計測点群データに対するJIS X 7113に定める参照点であるから、「調整点の精度」でなく「調整点の正確度」とした方がよいと思う。

以上考察したように、我が国の誤差論教育は、19世紀の「精度」に深く影響を受け、理論的定義が曖昧なまま「絶対精度」や「相対

精度」のような用語が、執筆者の感触で使われている。

#### 4. 不確かさと真値

品質評価の信頼度として、データ集合の参照値との近接度 (closeness) である正確度 (accuracy) 及び測定値の再現性 (repeatability) である精度 (precision) について述べてきた。更に、第3の信頼度である「不確かさ (uncertainty)」が使われ始めている。例えば、JIS B 7912-1 (2014)「測量機器の現場試験手順-第1部:理論」<sup>15)</sup>が、測量機器の品質評価に導入された。そこでの不確かさの定義は、“用いる情報に基づき、測定対象量に属する量の値のばらつきを特徴付ける負ではないパラメータ”である。このように、不確かさの尺度は「ばらつき (dispersion)」であり、Aタイプの不確かさのばらつきの尺度として、精度の尺度と同じ標準偏差が使われている。例えば、「ITRF2008に対する位置の不確かさ ( $1\sigma$ ) 0.01m」のように使われる。

“不確かさは、従来の概念である未知である真値を前提にするのでなく、測定されたそのものを用いてそれが存在する範囲データ (既知) のばらつきから、品質評価を行うものである。”とされている (今井秀孝、1999)<sup>16)</sup>。現実には、真の値の代用として参照値又は合意値が用いられる (JIS Z 8404-1,2004)<sup>17)</sup>。JIS Z 8101-2 (2015)<sup>18)</sup>は、“真の値は、理論上の概念であって、一般的には正確には知ることができない。”としている。その上で、“取り決めによる真の値、合意値 (conventional true value)”及び“採択された参照値、合意参照値 (accepted reference value)”を定めている。

#### 6. まとめ

測量法第1条は、国及び地方公共団体のような国民の税金を使って行う測量に関して、国家がその品質保証を行う仕組みを目的の一つとし

ている。具体的には、第34条において測量方法、使用測量機器及び測量結果の品質評価等を定めている。その他、測量計画に対する国土地理院長の助言（第36条）及び測量成果の審査（第40条）などが定められている。

測量法における品質管理に関する法律的仕組みは確立されているのであるから、JPGISの啓蒙の徹底など内容的な改善が求められている。例えば、日本の初学者の測量教育の中心的役割をになう公益社団法人日本測量協会の文献は、先に引用した「受験テキスト」<sup>4)</sup>に限らず、「現代測量学（昭和56年）」<sup>19)</sup>、「測量学事典（平成2年）」<sup>20)</sup>及び測量関連実務書のような基礎知識を提供する内容が、ほとんど文部科学省の教育内容と異なる標準偏差の定義を行っている。これは、即刻改善する必要があると思う。

又、準則第43条平均計算は、GNSS測定の仮定三次元網平均計算を定めているが、平均計算結果を評価する重要な統計量である事後の単位重量当たりの分散の評価が定められていない。この評価は、推測統計学による統計的仮説検定により行うことができる（中根、2017）<sup>21)</sup>。

幸い、当測量調査技術協会は、ISOにおける地理情報に関する専門委員会（Technical Committee：TC）のメンバーでありISO/TC 211推進の実績をもっている。当協会の活躍は、21世紀の測位・測量成果の品質管理を取り決めたJPGISの準則への導入の原動力となっている。ISO19157（Data Quality）のJIS化など更なる当協会の活躍が期待されるが、当協会の一員である筆者は、引き続き、推測統計学の測位・測量成果への導入を推進していきたい。

## ■謝辞

本レポート作成にあたり、アイサンテクノロジー株式会社研究開発知財本部地理空間情報センター GNSS開発課主任市川裕貴氏にご一読

いただき、様々な有益なご指摘をいただいた。同氏に感謝を表す。

## ■参考文献

- 1) 中根勝見：日本における誤差論の歴史的考察、写真測量とリモートセンシング、VOL.57, NO.4, 2018.
- 2) 簗谷千風彦：推定と検定のはなし、東京図書、1992, p27, p49-50.
- 3) Koch, K.R.：Parameter Estimation and Hypothesis Testing in Linear Model. Springer Verlag, 1987, p378.
- 4) 公益社団法人日本測量協会：測量士・測量士補国家試験受験テキスト、平成27年、p763.
- 5) 平成元年～平成30年測量士問題と解答集 <http://island.geocities.jp/candy200712/> 2018年8月31日確認
- 6) 公益社団法人日本測量協会：測量士・測量士補科目別模範解答集（平成19年～平成23年）、平成24年、p119.
- 7) Mikhail, E.M., Observation and Least Squares, New York：Harper and Row, 1976, p 48,45.
- 8) 日本規格協会：JIS X 7113、地理情報—品質原理、2004, p2.
- 9) 国土地理院：地理情報標準（第2版）入門、[http://www.gsi.go.jp/GIS/stdind/nyumon\\_04b.html](http://www.gsi.go.jp/GIS/stdind/nyumon_04b.html), 2018年7月20日確認
- 10) 国土地理院：地理情報標準（第2版）解説、[http://www.gsi.go.jp/GIS/stdind/jsgi\\_kaisetsu06.html#6\\_2](http://www.gsi.go.jp/GIS/stdind/jsgi_kaisetsu06.html#6_2) 2018年7月20日確認
- 11) 空間標準化委員会、地理情報標準第1版、1999.
- 12) 国土地理院測地部：位置情報基盤を構成するパブリックタグ情報共有のための標準

- 仕様Ver.1.1. 平成30年.
- 13) 和田弘人：第41回国土地理院報告会、東北地方太平洋沖地震における基準点測量成果の改定～測地成果2011の構築～、平成24年。 <http://www.gsi.go.jp/common/000071149.pdf>  
2018年7月20日確認。
  - 14) Standards for Digital Elevation Models: 1-Meter Digital Elevation Model Specification, U.S. Department of the Interior U.S. Geological Survey, 2015. <https://pubs.usgs.gov/tm/11/b07/tm11-b7.pdf>  
2018年7月20日確認。
  - 15) 日本規格化協会：JIS B 7912-1、「測量機器の現場試験手順—第1部：理論、2014, p14.
  - 16) 今井秀孝：計測の信頼性評価、(財)日本規格協会、(株)平文社、2004, p8.
  - 17) 日本規格化協会：JIS Z 8404-1、測定の不確かさ—第1部：測定の不確かさの評価における併行精度、再現精度及び真度の推定値の利用の指針、2004, p4.
  - 18) 日本規格化協会：JIS Z 8101-2、統計用語及び記号—第2部：統計の応用、2015, p33.
  - 19) 社団法人日本測量協会：現代測量学＝測量数学の基礎＝、昭和56年、p154.
  - 20) 社団法人日本測量協会：測量学事典、平成2年、p135.
  - 21) 中根勝見：日本の測地測量における統計検定の有用性についての数値的検証、測地学会誌、第63巻、2017, pp117-122.

**■執筆者**

中根 勝見 (なかね かつみ)  
アイサンテクノロジー株式会社

