

JPGISにおけるAccuracy（正確度）

中根 勝見（アイサンテクノロジー株式会社）

1. はじめに

2008年3月31日、公共測量の作業規程の準則（以下準則）が告示された。特徴は、情報化社会への対応としてISOを基準としたJPGISを導入したことである。公共測量が国際的視点で見直されたことは、画期的なことである。一方、基準点測量は、明治以来の伝統があり、必ずしもJPGISと整合しない場面がある。今回は、課題の一つであるAccuracy（正確度）を中心に考察したい。

キーワード：Accuracy（正確度）、RMSE（RMS誤差）、Precision（精度）、標準偏差、偏り（bias）、誤差（error）、残差（residual）

2. AccuracyとPrecision

筆者がAccuracyとPrecisionに関する定義を詳しく知ったのは、Mikhail E. M.（1976, 44頁）¹⁾による説明であった。図1はその概念図である。Accuracyは、一連の測定結果と真値との近接度である。一方、Precisionは、一連の測定結果の再現性（ばらつき）の度合

いを示す。図1の左は、一連の測定結果が真値に近いがばらつきが大きく、高正確度・低精度である。中央の図における一連の測定は、真値からはずれた偏りをもっているが、ばらつきは小さく、低正確度・高精度である。

ISO/TC211²⁾から、AccuracyとPrecisionの定義に関する英文を引用する。Accuracyは、JPGISにおいて導入されているので、その日本語訳がつけられている。

（英語）accuracy：closeness of agreement between a test result and the accepted reference value.

NOTE：A test result can be observations or measurements.

（日本語）正確度：品質評価の試験結果得られた値と参照値との近さ。

備考 試験結果は、観測値又は測定値として得ることができる。

（英語）precision：measure of the repeata-

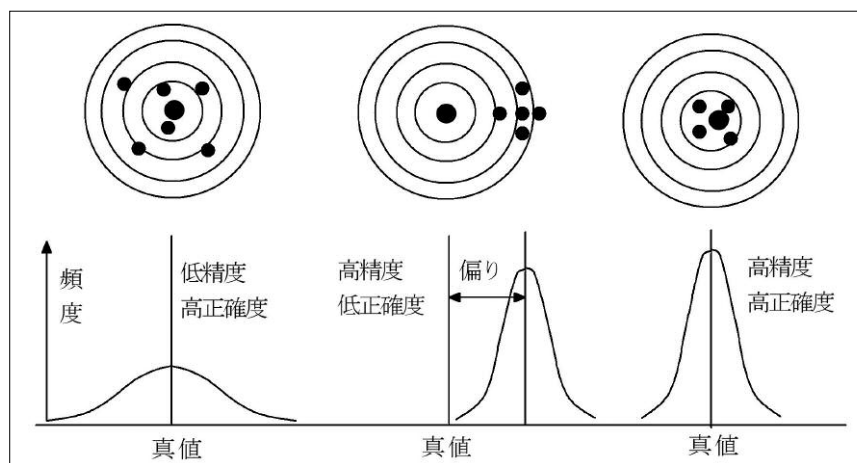


図1 Accuracy（正確度）とPrecision（精度）

bility of a set of measurements.

NOTE : Precision is usually expressed as a statistical value based upon a set of repeated measurements such as the standard deviation from the sample mean.

(日本語) 訳なし

地理情報標準第2版 (JSGI2.0) の入門³⁾
「4・11用語の定義」は、正確度と精度に関して次の解説を行っている。

われわれは日常、共通の言葉である日本語を使っていますので、意見交換を行い意志の疎通ができます。しかし、専門用語や新しく使われるようになった用語の場合、同じ言葉であるにも係らず、違った解釈がされている場合や、あいまいに理解されている場合があります。

例えば、確からしさとは何でしょうか。これには二つの考え方があります。一つの考え方として、同じ量を複数回計って、結果として出てきた値にばらつきが少なければ、その計量は確からしいというものです。もう一つの考え方として、答えとなる量がわかっているときに、実際に何回か行われた計量結果のばらつきが少なく、また、答えからのずれが少なければ、その計量は確からしいというものです。実は、前者の確からしさを精度といいます。後者は正確度、ないし確度と呼ばれます。

前者の場合、複数の計量値のばらつきが少なくても、本当の値からずれている可能性があります。このずれは歪みとか偏りといいます。前者の方式ではこの偏りを計ることが出来ませんので、地理情報の世界では正確度を確からしさの尺度にします。でも本当の値がわかることは少ないので、より正確な値からの偏り、と言い換えること

になります。

以上の説明からお分かりでしょうが、JSGIを読んで、その解釈に歪みや偏見がおきることは避けるべきですので、特に地理情報を扱う上で重要な用語については、地理情報標準専門用語集においてその定義を明確に示しています。なお、その用語集は、「地理情報標準第2版 (JSGI2.0) の解説」の付録として掲載されています。

上の解説によれば、地理情報標準では「Accuracy」を「正確度」及び「Precision」を「精度」と日本語化している。また、“精度ではなく、正確度を確からしさの尺度”として使うとしている。そうした事情から、確からしさの尺度の対象外であるPrecisionは、JPGISにおいて日本語化されていないのであろう。

3. 標準偏差とMSE

AccuracyとPrecisionの定義に関しては上に考察したところであるが、具体的な尺度である統計量について考察する。Precisionの代表的な尺度は、分散（標準偏差）である。分散（標準偏差）では、偶然誤差のような確率変数が扱われる。一方、Accuracyは、偶然誤差のような確率変数だけでなく、定誤差のような偏りが要素として扱われる。

3.1 分散

まず、統計学の教科書によって、確率変数 X が離散型のときの分散について調べてみる。

・平均

確率変数 X の期待値を $E(X)$ で表し、次で定義する。

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i = \mu \quad (1)$$

ただし、 p_i は X が x_i をとる確率であり、 $p_1 +$

$p_2 + \dots + p_n = 1$ である。

・分散

確率変数の分散を $\sigma^2 = V(X)$ で表し、次で定義する。

$$V(X) = E[\{X - E(X)\}^2] = E[(X - \mu)^2] \\ = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 p_i \quad (2)$$

(2) 式は μ が既知の場合である。 μ が未知の場合、母集団から n の標本 $X_1, X_2, \dots, X_n$ を取り出し、標本平均値 $\bar{x} = (x_1 + x_2 + \dots + x_n) / n$ を μ の代わり使うと、次式が母集団 σ^2 の不偏推定量となる（証明は省略）。

$$U^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad (3)$$

ただし、 n 個の測定が同一精度で行われた場合で $p_i = 1/n$ とした。

・中心極限定理

標本平均値 $\bar{x}$ は偏りをもった推定値であるが、平均 μ 、分散 σ^2 の母集団からとられた大きさ n の標本 $\bar{X}$ の分布は、 n が大きくなるにつれ、近似的に平均 μ 、分散 σ^2/n の正規分布に従う。これを中心極限の定理という。

・誤差と残差

誤差 ε は、観測値 x と真値 τ との差で定義される。残差 v は、観測値 x と τ の推定値 $\hat{x}$ の差で定義される。推定値 $\hat{x} = \bar{x}$ とした場合、残差 $v_i = x_i - \bar{x}$ は次式が示すように、その総和は零になる。

$$\sum_{i=1}^n v_i = \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n \bar{x} \\ = n \left(\sum_{i=1}^n (x_i / n) \right) - n\bar{x} = n\bar{x} - n\bar{x} = 0 \quad (4)$$

3.2 標準偏差

標準偏差 (σ) は、分散の正の平方根で定義される。

母集団の平均 μ が既知の場合の標準偏差は次式である。

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 p_i} \quad (5)$$

上式において $p_i = 1/n$ とおくと、標準偏差として次式を得る。

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2} \quad (6)$$

μ が未知で標本平均 $\bar{x}$ を使った場合の標準偏差は次式である。

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (7)$$

3.3 Mean Square Error

すでに述べたように、正確度の場合は確率変数だけでなく、図1の中央が示すように定誤差のような偏りも考慮する。先に引用した Mikhail E. M. (1976, 44頁)¹⁾ は、正確度の統計量 (Mean Square Error : MSE) として次式を示している。

$$MSE = M^2 = \sigma^2 + (bias)^2 \quad (8)$$

真値 (τ)、標準偏差 (σ) 及び偏り (β) から $\beta = \mu - \tau$ が得られ、次のように (8) 式が導かれる。

$$M^2 = E[(X - \tau)^2] = E[(X - \mu + \beta)^2] = \\ E[(X - \mu)^2 + \beta^2 + 2(X - \mu)\beta] = \sigma^2 + \beta^2 + \\ 2\beta E[(X - \mu)] = \sigma^2 + \beta^2 \quad \ominus E[(X - \mu)] = 0$$

$\beta = 0$ であれば、(8) 式は分散 σ^2 と等しくなり、分散 (標準偏差) が正確度の尺度となる。

4. JPGISにおけるRMSEと標準偏差

国土地理院のJPGISに関する推薦参考文献は、データ品質評価尺度の正確度の統計量としてRMSEと“標準偏差”というものを使い分けている。

4.1 JPGISにおけるRMSE

国土地理院は作業規程の準則（以下「準則」という）の改正にあたって運用方法の例として、製品仕様書の標準様式の推薦参考文献を示している「国土地理院（平成17年、20頁）⁴⁾」。この中で、データ品質評価尺度（絶

対正確度)として次の平均二乗誤差 [Root Mean Square Error (略: RMSE)]を示している。

図2に示す絶対位置の平均二乗誤差は、道路データを構成する点の位置の座標 (x_i, y_i) と、その位置に対応するより正確度の高い座標 (X_i, Y_i) との誤差を測定し、次の (9) 式で計算される。

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \{(x_i - X_i)^2 + (y_i - Y_i)^2\}} \quad (9)$$

この式は、調査地域に離散的に分布する資料を処理するものであることから、誤差分布は調査地域において均一性及び等方性であることが要求される。異なった誤差分布が想定される場合、グループ分けしてRMSEを個々に計算する必要がある。

図2は、RMSEを「平均二乗誤差」と日本語化している。国土調査法施行令第6条別表五は、標準偏差と同じ統計量として「平均二乗誤差」の用語を規定している。また、元と現の国土地理院長による共著（田島・小牧、1996、9頁）⁵⁾は、「平均二乗誤差」と「標準偏差」を同じものとして扱っている。「平均二乗誤差」の用語は、測量業界に限らず土地家屋調査士会でも広く使われてきている用語である。最近発行された国土地理院技術資料（平成21年7月）⁶⁾は、(9)式の“RMSE”を“平均二乗誤差”でなくJISX7114が示す“RMS誤差”とし、呼称の紛らわしさを解消している。

4.2 正確度におけるRMSEと標準偏差の使い分け

国土地理院が示す運用方法の例の推薦参考文献である国土地理院（平成17年、平成19年一部改訂）⁷⁾は、「1.2.7位置正確度・絶対正確

データ品質副要素	データ品質適用範囲	データ品質評価尺度	
絶対正確度	道路	名称	絶対位置の平均二乗誤差
		定義	道路データを構成する点の位置の座標とその位置に対応するより正確度の高い座標との誤差を測定し、平均二乗誤差 (RMSE) を計算する。 RMSE= $\sqrt{\frac{1}{n} \sum ((x_i - X_i)^2 + (y_i - Y_i)^2)}$
		適合品質水準	平均二乗誤差1.75m

図2 参考文献⁴⁾から転写

データ品質評価尺度	データ集合（地図情報レベル2500データ）内の位置の座標と、より正確度の高い参照データの座標との誤差の標準偏差を計算する（誤差の母平均は、0とする。）。 但し、遮蔽部分（不可視のデータ）は検査対象としない。 ■水平位置の誤差の標準偏差 標準偏差=$\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum ((x_i - X_i)^2 + (y_i - Y_i)^2)}$ x_i: データ集合内の検査対象のデータの位置のX座標 y_i: データ集合内の検査対象のデータの位置のY座標 X_i: より正確度の高いデータの位置のX座標 Y_i: より正確度の高いデータの位置のY座標 n: サンプル数
-----------	--

図3 参考文献⁷⁾から転写

度又は外部正確度の品質要求及び評価手順、26頁」におけるデータ品質評価尺度として、RMSEではなく“標準偏差”という (10) 式を示している (図3)。

$$\text{標準偏差} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \{(x_i - X_i)^2 + (y_i - Y_i)^2\}}{n-1}} \quad (10)$$

国土地理院（平成21年10月、233頁）⁸⁾は、引き続き位置の絶対正確度として (10) 式に示す“標準偏差”というものを使っている。

5. 地籍調査における標準偏差

国土調査法施行令第6条別表五は、筆界点の位置誤差の限度を規定している。全国国土調査協会（平成16年、164頁）⁹⁾は、次のような具体的例を解説している。

- ・平板図上の筆界点の座標 (x, y)
- ・高性能セオドライトによる地上座標 (x_0, y_0)
- ・地上座標 (x_0, y_0) を最確値とみなし、

$dx = x_0 - x$ 、 $dy = y_0 - y$ から

・ $\delta = \sqrt{dx^2 + dy^2}$ を残差とみなし、次式により平均2乗誤差（標準偏差）を計算する。

$$m = \pm \sqrt{\frac{[\delta^2]}{n-1}} \quad (11)$$

ただし、 $[\delta^2] = \delta_1^2 + \delta_2^2 + \dots + \delta_n^2$ 、 n ：グループの点数。

ここに示された (11) 式は、「±」を除いて (10) 式に等しい。

(11) 式は、筆界点間の図上距離 (l) と地上実測距離 (s) の差 ($\delta = s - l$) にも適用され、次表の計算例が示されている。ただし、網掛け部分は筆者による計算である。

地上距離 (sm)	図上距離 (lm)	δ $s-l$	δ^2	$\delta - \beta$	$(\delta - \beta)^2$
16.02	16.00	2	4	-0.4	0.16
12.03	12.00	3	9	+0.6	0.36
11.41	11.40	1	1	-1.4	1.96
11.82	11.80	2	4	-0.4	0.16
13.54	13.50	4	16	+1.6	2.56
	計	12	34	0.0	5.20
	$\beta =$	2.40			

(11) 式具体的な計算結果を次式に示す。

$$m = \pm \sqrt{\frac{[\delta^2]}{n-1}} = \pm \sqrt{\frac{34}{5-1}} = \pm 2.9cm$$

上式が標準偏差であるならば、(4) 式に示されるように残差 (δ) の総和は零のはずである。(11) 式の“標準偏差”は地籍調査独自の定義によるものであろう。

(8) 式による RMSE は、平均値 $= 12/5 = 2.4 \Rightarrow (\beta)$ として、次のようになる。

偏り $\beta = 2.40cm$ 、

標準偏差 $\sigma = \sqrt{5.20/5} = 1.02cm$

$$RMSE = \sqrt{5.20/5 + 2.4^2} = \sqrt{6.8} = 2.61cm$$

(9) 式による RMSE は次のように計算され、(8) 式の結果と一致する。

$$RMSE = \sqrt{34/5} = \sqrt{6.8} = 2.61cm$$

6. 正確度 (RMSE) の計算例

水準点上において、ネットワーク型 RTK-GPS により標高観測を行った。水準点標高は 26.954m で、この標高を基準値とする。基準値と観測値の差 ΔH が計算される。

水準点標高 (基準値) = 26.954m

	H(m)	ΔH (m)	ΔH^2	差(m)	差 ²
1	27.016	0.062	0.00384	0.008	0.00007
2	27.001	0.047	0.00221	-0.007	0.00005
3	27.018	0.064	0.00410	0.010	0.00010
4	26.993	0.039	0.00152	-0.015	0.00022
5	27.011	0.057	0.00325	0.003	0.00001
	計	0.269	0.01492	0.000	0.00045
	平均 $\beta =$	0.0538		分散 =	0.00009

(9) 式による位置の絶対正確度は、次の結果となる。

$$RMSE = \sqrt{0.01492/5} = 0.0546m$$

(8) 式による計算は、次に示す結果となり、定誤差と偶然誤差を分離して評価することができる。

偏り (bias) = 0.0538m

標準偏差 $= \sqrt{0.00009} = 0.0095m$

$$RMSE = \sqrt{0.0538^2 + 0.00009} = 0.0546m$$

なお、準則第288条における点検計算は、(8) 式に示す偏り (bias) と標準偏差に分けて評価している。ここで得られた偏り (0.0538m) は、第295条に規定されているように、平行移動を行い補正することができる。

7. 絶対精度と相対精度

準則において、正確度と精度の用語が使われる頻度を調べ下表にした。95%と圧倒的に「精度」の用語の使用頻度が高い。

準則が改正される2008年3月31日まで、日本の測量関係で“精度”の用語は使われてきたが、「正確度」が正規の用語として使われることはなかった。上の表が示すように、現在でも“精度”の表示が圧倒的に多い。“精度”だけでは十分な表示ができないため、

作業規程の準則における精度と正確度の使用頻度

	精度	正確度
本文	129	1
付録 1 測量機器検定基準	7	0
付録 2 測量機器現場試験基準	0	0
付録 3 測量成果検定基準	8	0
付録 4 標準様式	51	11
付録 5 永久標識及埋設方法	0	0
付録 6 計算式集	4	0
付録 7 公共測量標準図式	13	0
別表 1 測量機器級別性能分類表	6	0
合計	218	12

“絶対（又は外部）精度”や“相対（又は内部）精度”の用語が使われてきている。雰囲氣的には、AccuracyやPrecisionを考えているが、数学的な定義は明確でない。

8. 位置の絶対正確度とその統計量

基準点測量の場合、網平均計算結果の推定値は偏りをもっており、不偏推定値ではないことが下記のように証明されているBossler (1973)¹⁰⁾。

v ：残差ベクトル、 A ：計画行列、 x ：未知量ベクトル、 L ：観測値ベクトルとすると、観測方程式は次式で表される。

$$v = Ax - L$$

この式の期待値は、次式となる。

$$E(v) = 0$$

$$E(Ax - L) = Ax - E(L) = 0$$

$$E(L) = Ax$$

x の推定値は、次式で表される。ただし、 $(A^T A)^{-1}$ は一般逆行列で、 $x^T x$ = 最小になる解は次式で表される。

$$\hat{x} = (A^T A)^{-1} A^T L$$

$(A^T A)^{-1} \neq (A^T A)^{-1}$ の場合、

$$E(\hat{x}) = E((A^T A)^{-1} A^T L) = (A^T A)^{-1} A^T E(L) = (A^T A)^{-1} A^T Ax \neq x \quad (12)$$

となり、推定値 $\hat{x}$ は不偏推定値でなく、偏りをもった推定値ということになる。このように座標誤差が最小になる場合でも、推定され

た座標は偏りをもったものになってしまう。すなわち、網平均計算結果の座標は、網平均毎にそれぞれ異なった偏りをもつことになり、絶対正確度は得られないのである。

網平均計算においてその既知点の座標を偏りのない真の値と仮定する。その場合、 $(A^T A)^{-1} = (A^T A)^{-1}$ とできるので、次式のように推定値 $\hat{x}$ は不偏推定値となる。

$$E(\hat{x}) = E((A^T A)^{-1} A^T L) = (A^T A)^{-1} A^T E(L) = (A^T A)^{-1} A^T Ax = x \quad (13)$$

ここで得られた偏りのない解の標準偏差は、位置の絶対正確度の統計量として扱うことができるのではないか。

以上述べたように、網平均計算において既知点の座標を真値と仮定すれば、国土地理院による「品質評価表 総括表」に示された「位置の絶対正確度：（絶対）平均計算の水平位置の標準偏差10cm以内、平均計算の標高の標準偏差20cm以内」は、合理的な内容なのかもしれない。

9. 位置の相対正確度

相対正確度（又は内部正確度）は、“地物の相対位置と真又は真とみなす個々の相対位置との近さを表す品質の要素”で定義されている。例えば、現地測量によって計測した基準点データ同士の相対距離と、既存の座標成果によって求めた相対距離とのRMS誤差が0.12mとなった。この場合、品質表示は「相対位置正確度 ‘RMS誤差0.12m’」となる（参考文献⁶⁾ 72頁）。

9.1 水平位置の相対正確度

位置の絶対正確度と同様、既知点座標を真値とみなして扱えば、準則第42条に基づく点検計算結果は、相対正確度とみなしてもよいのではないか。

9.2 水準測量の比高の相対正確度

直接水準測量の観測の1km当たりの標準偏差 σ_0 は、作業規程の準則の計算式集において次式で与えられている。

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{1}{4n} \sum \left(\frac{\varepsilon_i^2}{S_i} \right)} \quad (14)$$

ただし、 ε は各鎖部の往復差 (mm)、 s は各鎖部の距離 (km)、 n は鎖部数。

水準測量における往復差「零」を真値とみなせば、 ε を誤差とみなせるから、標準偏差 σ_0 は位置の相対正確度の尺度として扱うことができるのではないか。

10. まとめと謝辞

筆者は、RMSEの日本語表示「RMS誤差」の呼称をJISX7114において確認した。また、(9) 式をISOの文献において確認した。一方、国土地理院文献^{7) 8)}は、位置正確度の尺度としてRMSEでなく(10) 式に示す“標準偏差”という統計量を使っているが、この式の出所を確認することができなかった。

Accuracy (正確度) の代表的尺度の一つは、RMS誤差である。Precision (精度) の代表的尺度の一つは、標準偏差である。RMS誤差において偏りがない特別な場合、RMS誤差=標準偏差となる。Accuracyの尺度として、(10) 式に示す“標準偏差”を使うのは、再考の余地がある。

RMSEとして(8) 式を使うと、定誤差と偶然誤差に分離したそれぞれの品質評価が可能になる。(8) 式は、既に準則の航空レーザー測量の第288条において使われていて、基準

点測量等準則全体に導入することができるであろう。

最後に、本稿で扱った内容に関する筆者の多くの質問に対して、回答の労をとっていただいた国土地理院企画部の関係者の方々に感謝申し上げます。

■参考文献

- 1) Mikhail E. M. (1976) : Observations and Least Squares, Dun Donnelley.
- 2) http://www.isotc211.org/TC211_Multi-Lingual_Glossary-2008-08-19_Published.xls
- 3) 地理情報標準第2版 (JSGI2.0) の入門
- 4) 国土地理院技術資料A・1-No.307、平成17年。
- 5) 田島稔・小牧和雄 (1996) : 最小二乗法の理論とその応用、東洋書店。
- 6) 地理空間データ製品仕様書作成マニュアルJPGIS Ver.2.1版、国土地理院技術資料A・1-No.344、平成21年7月。
- 7) 国土地理院技術資料A・1-No.306、平成17年、平成19年一部改訂。
- 8) 基盤地図情報原形、データベース地理空間データ製品仕様書 (案)【数値地形図編】、第2.1版、平成21年10月。
- 9) 全国国土調査協会 (平成16年) : 地籍調査事業の工程管理及び検査の手引き (改訂二版)。
- 10) J.D.Bossler (1973) : A Note on the Meaning of Generalized Inverse Solutions in Geodesy, Journal of Geophysical Research, Vol.78. p.2616.

■発表者

中根勝見 (なかね かつみ)

アイサンテクノロジー株式会社 技術顧問