

測地測量の基礎事項（1） ＝楕円体・鉛直線偏差・ジオイド＝

中根 勝見¹

測技協の位置情報・応用計測部会は、「教育普及WG」をつくり、その中で測地測量の普及を第1義的に考えている。本稿は、教育普及WGの方針のもとに執筆されたものである。筆者はここ10年、公共測量及び土地家屋調査士業務等に関連した測量に従事している。これらの測量は規模の大きな測地測量ではないが、測地測量の基礎に立脚した測量で、その普及の必要性を痛感していた。特に、2006年3月改正不動産登記法が施行され、土地家屋調査士が実施する地積測量図の作成は、測地測量の基礎知識が要求されるようになった。残念ながら我国では測地測量の基礎を教育する場が大学等に存在しない。各自が必要に応じて独学で勉強しなければならない現状である。何回かに分けて測地測量の基礎に関する内容の考察を試みたいと思うが、初めて本稿に接した場合、かなり難解に感じる部分があると思う。公共測量作業規程及び各種公的な規定をつくる関係者、測地測量の主任技術者、測量教育関係者等に、本稿のご一読を薦めたい。

1. 投影法で定める位置の基準

位置の基準として旧測量法第十一条は、「位置は地理学的経緯度及び平均海面からの高さで表示する」及び「距離及び面積は水平面上の値で表示する」と定めていた。高さの基準である「平均海面」は、同施行例第二条において「東京湾の平均海面」と定めてい

た。「東京湾の平均海面」は、概ね「ジオイド」と考えて差し支えなく、実際上の取扱いもジオイドとしていた。水平位置の基準（距離及び面積）は、「水平面」となっていたが、ジオイドを楕円体にみたてたものであった。測量法第十一条は、地球楕円体としてベッセルの決めた幾何定数を定めた。2002年度から施行された改正測量法は、高さに関しては旧法のままであるが、水平位置に関しては「距離及び面積は回転楕円体の表面上の値で表示する。」とした。

測地学における水平位置の基準は準拠楕円体面で処理され、高さはジオイドを基準としている。準拠楕円体とジオイドの関係は、200年も昔からLaplace (1749-1827) らによって議論されてきた (Torge, 2003, Geodesy, p.7,103)。準拠楕円体面とジオイドまでの距離であるジオイド高については、重力分布から導き出す1849年のStokesの積分公式がある。また、準拠楕円体とジオイド間の微小な傾きである鉛直線偏差については、1928年のVening Meineszの積分公式がある。ジオイド高及び鉛直線偏差などにより、準拠楕円体とジオイドが関係づけられている。

海洋部が70%を占める地球上での詳細な重力分布の計測は、人口衛星が打ち上げられるまで待たなければならなかった。それまではStokes及びVening Meineszの式を使ったジオイド高及び鉛直線偏差の計算は、精度について限界があった。その代わりに、ジオイド高及び鉛直線偏差は、天文測量により求めるのが現実的であった。我が国においても、天文測

¹ アイサンテクノロジー株式会社

量によるジオイド高の研究が熱海（1938）によってなされた。また、1947年から1990年代半ばまで半世紀にわたって、ジオイド高を求めることなどを目的として、国土地理院は日本国内450個所で天文測量を実施した。

距離などの観測値は準拠楕円体面で処理されるべきであるが、ジオイド高及び鉛直線偏差が得られなかった時代において、ジオイドを楕円体にみだた近似的な処理方法が使われた。観測値をジオイドへ展開することから、この近似的方法は「展開法（development method）」と呼ばれている。旧測量法において、距離の観測値は標高を用いて基準面へ投影され、また、水平角や高度角は観測値そのままを用いて処理された。すなわち、旧測量法下では、展開法で処理されたのである。そのあたりの事情を旧測量法第十一条は「距離・面積の基準面は“水平面”」と定めていた。距離観測値は楕円体高を用いて準拠楕円体へ投影され、角度観測値はLaplaceの式により準拠楕円体面の法線に化成される。このように、準拠楕円体面で処理する方法は「投影法（projection method）」と呼ばれている。2002年度から施行された改正測量法は、投影法を実現する法律的根拠を与えた。

以上概観した内容の詳細について、以下に考察したい。

2. 楕円体に関する考察

我々が使っている測地定数には、①長半径及び扁平率の2要素からなる幾何定数 ②地球の表面が等ポテンシャル面で表される重力に関する定数 及び③長半径・扁平率・地球の自転角速度・地球の質量の4要素が一体となった定数等がある。①の代表的なものが、ベッセル楕円体である。日本において②の代表的なものは、楕円補正に使っていた1884年ヘルメルト標準重力である。③は、改正測量

法で使われだした世界測地系における測地基準系1980（GRS 80）及び米国の航行システムであるWGS 84楕円体等である。

2-1 幾何楕円体

日本の測地学の教科書では、「楕円体（ellipsoid）」の用語として次のものが使われている。

- ①. 回転楕円体(rotational ellipsoid)
- ②. 地球楕円体(earth ellipsoid)
- ③. 準拠楕円体(reference ellipsoid)

これらの用語等について考察する。

2-1-1 回転楕円体

測量法第十一条第3項は、「世界測地系とは、地球を次に掲げる要件を満たす扁平な回転楕円体であると想定して行う地理学的経緯度の測定に関する測定の基準をいう。」と定め、地球モデルとして回転楕円体を導入している。旧測量法で第十一条に定められていた楕円体の幾何定数を、改正測量法では同条第3項第一号で「長半径及び扁平率は政令で定める」とし、楕円体の幾何定数を容易に変更し易くしている。さらに、第3項第二及び三号では、「楕円体の中心は地球重心に一致、その単軸は地球の自転軸と一致する。」と定め、回転楕円体と地球との結合を定義している。

一般的に楕円体は3軸不等であるが、地球が自転していることから、地球モデルとして回転する楕円体を仮定し、赤道面が円であり子午面が楕円体である回転楕円体を使っている。

2-1-2 地球楕円体

回転楕円体が地球モデルとして定義されたが、具体的な大きさである長半径 a 及び短半径 b （または扁平率 f ）が定められていな

い。これらが決められた楕円体は「地球楕円体」と呼ばれている（「萩原, 地球重力論昭和53年, 25頁」, 「日本測地学会, 測地学の概観, 1974, 163, 167, 171, 432頁」, 「日本測地学会, 現代測地学, 1994, 8, 70頁」）。最近は, “地球を最も良く近似する楕円体” の内容として, 単なる幾何学的な幾何定数2 (a, f) を持った楕円体というだけでなく, 楕円体の表面が等ポテンシャル面を形成する2つの物理定数が定められている。後述の「正規(水準)楕円体」で再び触れることにする。

旧測量法の第十一条で楕円体の長半径及び扁平度を定めていたが, 改正測量法では施行令第二条の二において, 楕円体の長半径 ($a = 6378137\text{m}$) 及び扁平率 ($f = 1/298.257222101$) を定めている。

2-1-3 準拠楕円体

実際の地球に結合された地球楕円体が「準拠楕円体」である（日本測地学会, 測地学の概観, 1974, 14, 92, 166頁）, 「日本測地学会, 現代測地学, 1994, 8, 76頁」, 「Bomford, Geodesy, 1971, p110」）。地球楕円体が実際の地球に結合されるためには, 地心直交座標系 $X \cdot Y \cdot Z$ 軸方向の平行移動の固定に要する3パラメータ及び $X \cdot Y \cdot Z$ 軸の回転を止める3パラメータ, 合計6パラメータが必要である。これは剛体の自由度に相当する6パラメータである。

後で述べるGRS 80又はWGS 84楕円体などに関する記述では, これらの楕円体そのものを「準拠楕円体 (reference ellipsoid)」と呼び, 地球との結合を強調していない場合がある。これらの楕円体は, 中心が地球重心及び短軸が地球自転軸を仮想しているのも, ことさら地球との結合を強調する必要がないのかもしれない。しかし, 次節で述べるように, 旧測量法時代における「ベッセル楕円体」と

「準拠楕円体」の区別は明瞭にしておく必要がある。

改正測量法施行令第二条で, 日本経緯度原点の値を次のように定めている。

経度 東経 $139^{\circ} 44' 28.8759''$

緯度 北緯 $35^{\circ} 39' 29.1572''$

原点から筑波超長基線干渉計観測点への方位角 $32^{\circ} 20' 44.756''$

以上の数値決定だけでは地球楕円体は, 実際の地球に一意的に結合されない。そこで, 国土交通省告示第185号は, 測量法第十一条で定めた「地心直交座標系」について回転楕円体との関係を定義した上で, 日本経緯度原点の座標値として次の数値を定めている。

$X = -3,959,340.090\text{m}$

$Y = 3,352,854.541\text{m}$

$Z = 3,697,471.475\text{m}$

以上により, 6パラメータが決定され, 地球楕円体は地球に結合されたことになり, 日本の準拠楕円体が決定されたことになる。

なお, 水路業務法施行令第2条は, WGS 84楕円体の長半径及び扁平率を使うよう定めている。しかし, 水路業務法は, 測量法が定めるような位置の基準になるWGS84座標系に準拠した日本国内の地点に関する定めを行っていない。

2-2 Tokyo Datumの準拠楕円体

Tokyo Datum (以下: 日本測地系) の場合, 東京の経緯度原点における天文経緯度を測地経緯度とすること, 天文方位角を測地方位角とすること, 及び経緯度原点における楕円体高を0 mにし, 6パラメータを決定してベッセル楕円体を地球に結合させた。このように地球に結合されたベッセル楕円体が, 日本測地系の準拠楕円体であった。

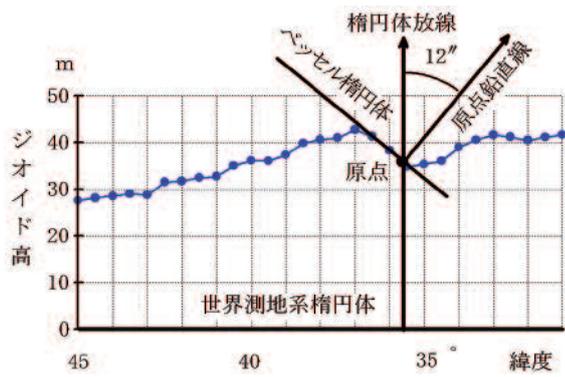


図 2-1 原点における経度方向の鉛直線偏差

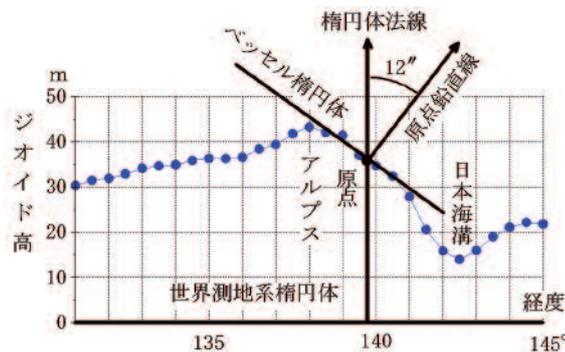


図 2-2 原点における経度方向の鉛直線偏差

日本測地系の経緯度原点付近は、重心系を基準とした場合、緯度および経度とも約12”の鉛直線偏差がある。水平位置に換算すれば、それぞれ、約400mおよび350mである。天文経緯度を測地経緯度としたため、原点の鉛直線偏差の影響が原因となった結果である。図2-1及び図2-2参照

2-2-2 公共測量における準拠楕円体の二重定義

旧測量法時代の公共測量作業規程解説と運用（平成8年97頁）は、投影補正として次の説明を行った。

“基準点の水平位置は、準拠楕円体上で表すため、点間距離はこの面の長さに直さなければならない。”として次式を示していた。

$$S = D \cos\left(\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}\right) \frac{R}{R + \left(\frac{H_1 + H_2}{2}\right)} \quad (2-1)$$

S：基準面上の距離、D：測点1～測点2の斜距離、H₁：測点1の標高（ジオイドから地表面まで）、H₂：測点2の標高（ジオイドから地表面まで）、α₁：測点1から測点2に対する高低角、α₂：測点2から測点1に対する高低角、R=6,370,000m：平均曲率半径

ここでいう基準面の距離Sは、標高を用いて高さの補正を行っているので、ジオイド上の距離である。つまり、ジオイドは準拠楕円体であると説明していたことになる。一方、同解説と運用72頁は図2-3に示すように、ジオイドと準拠楕円体を明確に区別していた。

旧測量法における距離及び面積の基準面は、「水平面」であった。ジオイド面を準拠楕円体にみたとて処理してきたことから、ジオイド面も準拠楕円体と定義したのであろう。一方、GPS測量時代になると、ジオイドと準拠楕円体は明確に区別する必要から、「2-1-3準拠楕円体」の項で述べた図2-3のような説明がなされた。公共測量作業規程では、三角測量時代とGPS測量時代に対応した「準拠楕円体」を「二重に定義」したことになる。

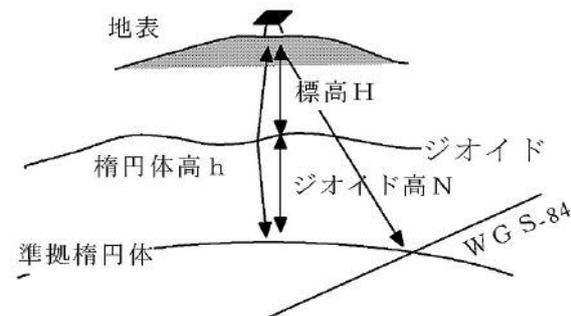


図 2-3 公共測量作業規程運用と解説（72頁図2-8）に示された準拠楕円体図2-3 公共測量作業規程運用と解説（72頁図2-8）に示された準拠楕円体

注：「図2-3」準拠楕円体が楕円体ならWGS-84も直線でなく楕円体で描画すべき、楕円体高は楕円体の法線長であるから直線で表示しなければならないが折れ線になっている。

三角測量時代における準拠楕円体に関する定義の代表は、「川口京村：測量法解説、昭

和39年、全国加除法令出版、」であった。筆者である川口京村氏は国土地理院の総務部長であったことから、法律的な視点で準拠楕円体について次のように説明していた。“水平面とは、厳密にいうならば、日本の準拠楕円体の表面というべきである。このことは、地球表面が曲面であることを無視できない程度の大規模な測量を行なうときは、必ず考慮し、見かけの値を補正する必要がある。”（66頁、下線は筆者による）。同69頁に記された「見かけの補正」は、標高を使った高さの補正のことと理解できる。ここでの解説の主眼は、“大規模の測量の場合、地表面と基準面を同一の平面とするのではなく、楕円体の曲面及び高さの補正を無視してはならない。”ということであった。GPS測量が実用化していなかった当時の事情からすれば、準拠楕円体の本質を曖昧にしても実際の測量ではほとんど具体的問題が生じなかった。

2-3 物理的地球モデル

ベッセル楕円体は、幾何定数である長半径及び扁平率の2つのパラメータを持つ幾何学的な楕円体である。それに対して、平均海面に一致する等ポテンシャル面が形成する地球モデルを仮定したものが、「ジオイド」である。GRS 80楕円体は、2つの幾何定数に地球の質量と自転角速度の2つのパラメータを加え、楕円体面が等ポテンシャルを形成する楕円体である。この楕円体は「正規楕円体 (normal ellipsoid)」と呼ばれている。（「日本測地学会, 現代測地学, 1994, 8頁」, 「Leick, GPS Satellite Surveying, 1990, p.271」）。また、「水準楕円体 (level (or equipotential) ellipsoid)」と呼ばれることがある。このように、地球モデルが4パラメータで記述された最初は、1924年及び1930年におけるIUGG総会であった。その後、1967年及び1979年のIUGG

総会において数値が修正されてきている (Torge, Geodesy, 2001, p115-116)。

一方、日本の水準測量における「楕円補正」には、ベッセル楕円体等の幾何楕円体とは全く独立に決められた「ヘルメルトの標準重力式」を用いていたと推定できる。標準重力は、地球の表面が等ポテンシャル面である「水準楕円体」である。

2-3-1 標準重力

物理的地球の形の一つはジオイドであるが、地球がつくり出す等ポテンシャル面は平行でないため、水準測量によって得られた「水準比高」に対する補正が必要になる。この補正は、「正規正標高補正 (normal orthometric correction)」と呼ばれているものである。

我が国の水準測量に使う重力の補正は、明治39 (1906) 年にドイツ留学を終了し帰国した杉山正治測量師の提案“一等水準真高の際地球重力偏差により起る改正数を加ふること”にはじまった (陸地測量部沿革誌, 200頁)。この提案は、大正4年 (1915) に定められた水準測量実行法草案に「楕円改正」として採用された。水準測量計算簿を調べると、実際の作業に取り入れられたのは昭和の初期頃からであった。

ここで使われた重力の式は、標準重力 (standard gravity) と呼ばれていた次の Helmert (1884) と推定される。

$$\gamma_{\phi} = 978.0 (1 + 0.00531 \sin^2 \phi) \quad (2-2)$$

式 (2-2) の標準重力は、ベッセル等の幾何楕円体とは無関係なものである。

なお、公共測量作業規程運用と解説 (昭和60年) は、楕円補正について次のような解説を行った。“楕円補正は、楕円体状である地球の形を球形と仮定したために生じるわずかな誤差を補正するものである。”

2-3-2 正規重力 (GRS 80)

測地基準系 1980 (Geodetic Reference System 1980) 略称「GRS 80」は、次の 4 パラメータで表されることがある。

長半径 $a = 6378137\text{m}$

扁平率 $1/f = 298.257222101$

赤道正規重力 $\gamma_e = 9.7803267715\text{ms}^{-2}$

極正規重力 $\gamma_p = 9.8321863685\text{ms}^{-2}$

測量法施行令第二条の二に定められた「長半径」及び「扁平率」は、「GRS 80」で定められた上記の 2 つの幾何定数を採用している。「GRS 80」に基づく「正規重力 γ 」は、次式で表されている。

$$\gamma = \frac{a\gamma_e \cos^2 \varphi + b\gamma_p \sin^2 \varphi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}} \quad (2-3)$$

楕円補正には、上記の 2 つの物理定数と重力式を使うことになる。

ヘルメルト (1884) の標準重力式を使った楕円補正は、1975年頃に変更された。記録が見当たらないので確認できないが、変更された重力式は測地基準系 1967 (GRS 67) の正規重力を用いたようである。国土地理院が 2001年頃に公開した「基本水準点の 2000年度平均成果改定に伴う公共水準点成果改定マニュアル (案)」には、「楕円補正」の基になる重力式を「標準重力」と記述しており、多分「GRS 80」が使われているのであろうが、筆者はそれを確認していない。なお、最近の教科書は「標準重力 (Standard gravity)」の用語を用いず、「正規重力 (Normal gravity)」の用語を用いている。

2-3-3 WGS 84

WGS 84楕円体はGRS 80と同様に 4 パラメータを持ったものである。WGS 84は、「楕円体」の他「WGS 84座標系」及び「地球の重力ポテンシャルモデル」をもったシス

テムである。90年代に入るとGPS測量が実用化してきて、GPS測量の座標系として使われた。楕円体の長半径はGRS 80と同じであり、扁平率は1/298.257223563と僅かにGRS 80と異なる。実用上、両者は一致しているとみて差し支えない。なお、日本のジオイド2000の全地球ポテンシャルモデルはWGS 84のジオイドモデルであるEGM96を採用している。

3. ジオイド高と鉛直線偏差に関する考察

ジオイドの概念は平均海面とその陸地への延長である等ポテンシャル面であるが、ジオイドと楕円体の関係づけがされていなければならない。その関係は、「ジオイド高」及び「鉛直線偏差」で具体的にあらわされる。

3-1 ジオイドと鉛直線偏差に関する基礎事項

ジオイドの厳密な定義は、「地球がつくる無数の等ポテンシャル W のうち正規楕円体面のポテンシャル U_0 に等しい $W (= W_0)$ が「ジオイド」ということである (図3-1)。

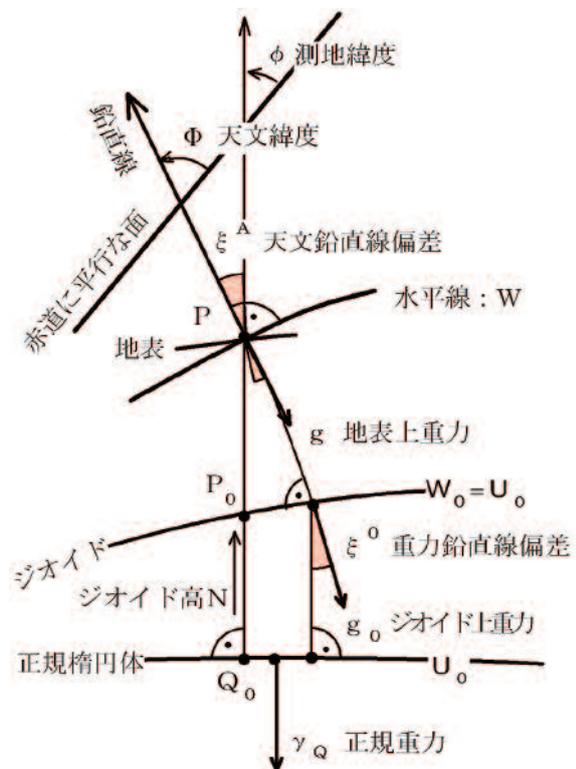


図 3-1 ジオイド高及び鉛直線偏差

3-1-1 ジオイド高

図3-1に示す正規楕円体からジオイドまでの高さが、「ジオイド高」である。ジオイド高は、次のStokesの公式から求められる。

$$N = \frac{R}{4\pi\bar{G}} \iint_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma \quad (3-1)$$

\iint_{σ} は全立体角に対する積分記号

ここに、Rは球近似した地球の半径、 \bar{G} は地球の重力の平均値、 Δg は重力異常、S(Ψ)はStokes関数、 σ は単位球である。(Heiskanen and Moritz, 1967, p94)

最近は人工衛星により得られたデータと地上の重力異常データを組み合わせることにより、グローバルなジオイド高Nを求めている。それは次式で示す球面調和関数(球関数)として表される(Leick, 1990, p274)。

$$N = \frac{GM}{r\gamma} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm}^* \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \quad (3-2)$$

この式におけるGは万有引力定数及びMは地球の質量(大気を含む)でその積GMは地心引力定数で、測地基準系の物理定数の2つのうちの1つである。aは地球の長半径、rは地球中心からの距離、 γ は正規重力、 λ は経度、 θ は球の余緯度、nは次数、mは位数、 \bar{C}_{nm}^* 及び \bar{S}_{nm} は次数n及び位数mにおける球調和関数の係数、 \bar{P}_{nm} はルジャンドル倍関数である。現在、 $n = m = 360$ が最高である。分解能としては緯度及び経度ともに $(1/2)^\circ$ となる。

式(3-1)を使う場合、地球の70%を占める海洋部の重力異常 Δg の測定が困難で、正確なジオイド高が求まらない。式(3-2)によれば分解能は緯度及び経度において $(1/2)^\circ$ 程度であり、測地測量に使うには不十分な分解能である。最近は式(3-1)及び式(3-2)の2式を組み合わせ分解能の高い実用的なジオ

イド高を求めている(Leick, 1990, p275)。公共測量などに使われている日本のジオイドは、基本的にこの手法によりつくられている(Kuroishi他, 2002、安藤他, 2002)。

3-1-2 鉛直線偏差

「重力鉛直線偏差 ξ^0, η^0 」は、ジオイド上における正規楕円体法線と鉛直方向の微小角である。「天文鉛直線偏差 ξ^A, η^A 」は、地表における天文観測による緯度・経度と正規楕円体法線方向で表される測地緯度・経度との微小角である。ここでの「重力鉛直線偏差(ξ^0, η^0)」は、「ジオイド鉛直線偏差」に近似できる。また、「天文鉛直線偏差(ξ^A, η^A)」は、「地表鉛直線偏差」に近似できる。ただし、 ξ は南北方向の成分で北方向が正、 η は東西方向の鉛直線偏差成分で東方向が正である。これらは、近似的に次式で表される(以上、図3-1参照)。ここに、(Φ, Λ)は天文緯度経度及び(ϕ, λ)は測地緯度経度である。

$$\xi = \Phi - \phi$$

$$\eta = (\Lambda - \lambda) \cos \phi \quad (3-3)$$

鉛直線偏差は、ジオイド高Nを微分した次式で求めることができる(Heiskanen and Moritz, 1967, p112-113)。Stokes関数S(Ψ)を Ψ について微分して、次に示す鉛直線偏差に関するVening Meineszの式(3-4)を得る。ただし、 α は方位角、 Δg は重力異常、 Ψ は $d\sigma$ と積分を求める点との間の弧長である。この式は、重力異常 Δg を全地球的に積分した値で、図3-1に示すジオイド上の重力鉛直線偏差(ξ^0, η^0)を与えるものである。

$$\begin{Bmatrix} \xi^0 \\ \eta^0 \end{Bmatrix} = \frac{1}{4\pi G} \iint_{\sigma} \Delta g \frac{dS(\psi)}{d\psi} \begin{Bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{Bmatrix} d\sigma \quad (3-4)$$

この式は、ジオイド高を微分した次式の計算から導かれたものである。ただし、 θ は球近似した余緯度である。

$$\xi^0 = -\frac{1}{R} \frac{\partial N}{\partial \theta} \quad \eta^0 = -\frac{1}{R \sin \theta} \frac{\partial N}{\partial \lambda} \quad (3-5)$$

重力鉛直線偏差は、図3-1に示すように、ジオイド上における正規楕円体の法線から重力の方向への微小角 ξ^0 である。実際の観測点 P 点での「地表鉛直線偏差」は、正規楕円体法線から地表 P 点の鉛直線までの微小角 ε^A で、天文観測により得られる「天文鉛直線偏差」である。角などの従来の地上測量における観測点は P 点であり、我々の必要な鉛直線偏差は「ジオイド鉛直線偏差」 ξ^0 ではなく、天文（地表）鉛直線偏差 ε^A である。Vening Meinesz によるジオイド上の重力鉛直線偏差 (ξ^0, η^0) は、特に山岳地域において天文鉛直線偏差 (ξ^A, η^A) との間に大きな差が生じる（後述、図3-5参照）。

3-2 日本のジオイド

日本におけるジオイド高を求める多くの研究について考察する。

3-2-1 日本の天文ジオイド高

我が国最初の鉛直線偏差の結果は、熱海 (Atumi, 1933) により報告されている。この報告によれば、樺太3点、千島列島2点、沖縄列島2点を含む合計68点の観測結果から、日本経緯度原点における鉛直線偏差の偏りが、緯度方向 $\xi = +9.46''$ 及び経度方向 $\eta = -9.35''$ であることを明らかにした。国土地理院は、1947年から1992年にかけて454箇所における天文観測を実施した。これらの一部を使った研究報告がある (Ganeko, 1977, 西, 1981) が、いずれも天文水準 (astromical leveling) による天文測地ジオイド (astrogeodetic geoid) の決定がその主な内容になっている。図3-2に示す西 (1981) による天文ジオイドがある。少し余談になるが、この天文ジオイドはGPS測量の基線解析

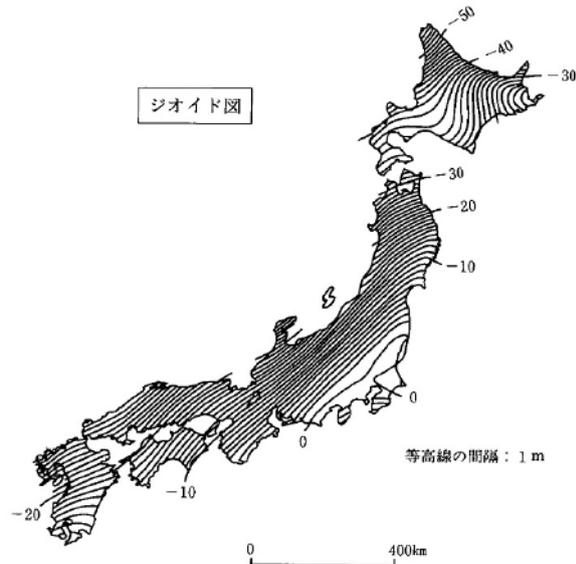


図 3-2 天文ジオイド高 (西,1981)

に使う WGS 84座標系への座標変換に使われ、日本のGPS測量の実用化に大きな貢献をした。

3-2-2 日本の重力ジオイド高

日本の重力ジオイド決定の最初の研究は、Hagiwara (1967) によるものである。2002年度から施行された改正測量法では、「日本のジオイド2000 (GSIGEO 2000)」が使われている。その概要は、次のように説明されている (Kuroishi他, 2002、安藤他, 2002)。使用した重力ジオイドデータの概要は、以下である。

- ① 全地球ポテンシャルモデル：EGM 96
- ② 測地基準系／座標系：GRS 80/ITRF 94
- ③ 計算手法：球面近似ストークス積分
- ④ 陸上重力データ：約244,000点
- ⑤ 海上重力データ：約578,000点
- ⑥ 標高データ：国土数値情報250m標高データ
- ⑦ ジオイド高：GRS 80楕円体によるジオイド高 (経度1.5分、緯度1分のグリッドデータ)

一方、標高が既知である水準点において

GPS観測を行い、824箇所の水準点の楕円体高を決定し、ジオイド高を求めた。いわゆるGPS／水準法により、ジオイド高を決定したのである。GPS／水準から得られたジオイド高と重力ジオイドモデルから得られたジオイド高の最大較差は、根室半島で+23.8cm及び最小は大隈半島佐多岬で-35.8cmであった。

面的に連続な重力ジオイドモデルは、最小2乗コロケーション法により、離散的なGPS／水準から求めたジオイド高に結合された。以上のような説明がなされているが、精度など詳細は上記参考文献を参照されたい。

国土地理院HPにおいて「ジオイド」で検索すると、次の説明がなされている（2007年5月現在）。

“ジオイドとは、地球物理学で用いる用語で、地球上にできる無数の鉛直線（重力方向）に直交する無数の水平面（重力の等ポテンシャル面）のうち高さ0に一致する面をジオイドとといいます。従って、ジオイドは、高さの基準となり、ジオイドからの高さを標高とといいます。”ここでいう「高さ0に一致する面をジオイド」という説明は結果の話である。「地球の重力がつくり出す無数の等ポテンシャル面の中で、平均海面に一致する面をジオイドといい、ジオイド面を標高0として高さの基準とする」とするのが、概念である。「ジオイドを定義してそこを高さの基準にする」のであって、「高さを決めてからジオイドを決める」のではない。国土地理院の説明は因果関係が逆転しているように見える。なお、同HP「日本の測地座標系」では正しいジオイドの説明がなされている。

3-3 日本の鉛直線偏差

日本における鉛直線偏差の研究は、あまり多くない。以下、筆者の研究成果について報告する。

3-3-1 天文鉛直線偏差

我が国最初の鉛直線偏差の結果は、前節で述べたように、熱海（Atumi, 1933）により

報告されている。戦後国土地理院は、1947年から1992年にかけて454箇所における天文観測を実施した。これらの一部を使った研究報告がある（Ganeko, 1977, 西, 1981）が、いずれも天文水準による天文測地ジオイド高の決定がその主な内容になっている。我が国における鉛直線偏差を使った投影法に関する本格的な研究は、小牧（Komaki, 1985）によるものである。小牧は、国土地理院によって観測された鉛直線偏差を使って一等三角点の鉛直線偏差を内挿により求めた。その鉛直線偏差を使い網平均計算により、従来の展開法との座標比較を行った。

筆者等は、国土地理院による天文観測の結果を使い、地形によるジオイドの短波長の影響を除去したremove and restore法を用い精密内挿を行った（中根他, 1995）。地形の影響を除去しないで内挿した場合の鉛直線偏差の標準偏差は、4.4秒であった。それに対して、地形の影響を考慮した精密内挿の場合の標準偏差は2.6秒とかなり改善された。格子点（5' × 7.5'）上の鉛直線偏差の分布は、図3-3に示すとおりである。ここで示された鉛直線偏差は日本測地系のものではなく、WGS 84に準拠した地球重心座標系のものである。

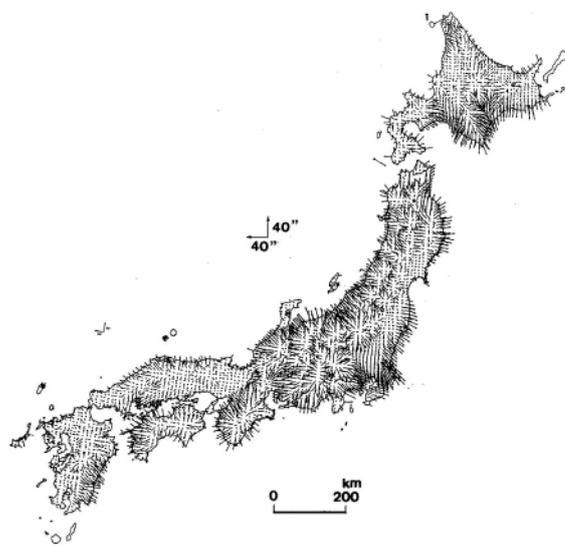


図 3-3 天文鉛直線偏差

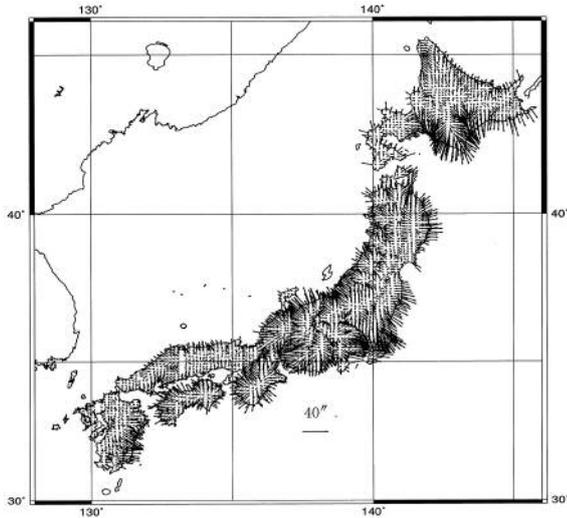


図3-4 日本のジオイド96から求めた重力鉛直線偏差。(5'×7.5')格子点上の値

上記の鉛直線偏差の精密内挿結果を使い、多項式近似による平滑化した鉛直線偏差分布図を作成したその結果、島部を除く日本における任意の地点の鉛直線偏差を求めることができるようになった。

3-3-2 重力鉛直線偏差

日本の重力ジオイド高は、1996年に公表された「日本のジオイド96」である。このジオイド高を式(3-5)に示す微分によって、重力鉛直線偏差を求めることができる。図3-4に重力鉛直線偏差を示してある。

3-3-3 天文鉛直線偏差と重力鉛直線偏差の比較

図3-5は、天文及び重力鉛直線偏差の比較検討を行った結果であり、重力ジオイドと天文ジオイド高の差が5''を超える地域を図示したものである。山岳地域にその差が大きいことが目立つ。公共測量のような比較的平地で実施される場合、重力ジオイド高を式(3-5)によって与えられる鉛直線偏差を使うことも可能である(中根勝見, 2002)。

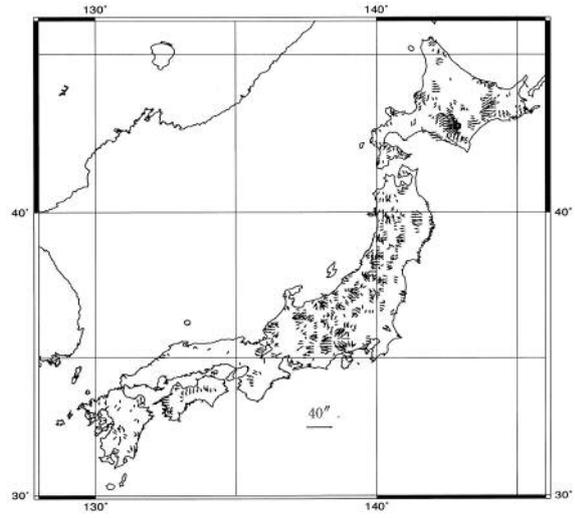


図3-5 天文—重力鉛直線偏差の差が5''を超える分布

謝辞

2名の査読の方には物理測地学の基礎事項に関する様々なご指摘及びご指導をいただいた。深く感謝する。

参考文献

- 1) Atumi K.: La deviation de la verticale au Japan, Japanese Journal of Astronomy and Geophysics,
- 2) Vol.10, pp305-312, 1933.
安藤久、佐々木正博、畑中雄樹、田中和之、重松宏実、黒石裕樹、福田洋一：「日本のジオイド2000」の構築、国土地理院時報N097、2002, pp25-30.
- 3) Bomford, G.: Geodesy, 3rd edn, 1971, Clarendon Press, Oxford.
- 4) Ganeko, T.: An Astrogeodetic Geoid of Japan, J.Geophys. Res., 82, pp.2490-2500, 1977.
萩原幸男：地球重力論、昭和53年、25頁。
- 5) Hagiwara Y.: Analyses of Gravity Values in Japan, Bulletin of the Earthquake Research Institute, Vol.45, 1967, pp.1091-1228.

- 6) Heiskanen W.A. and Moritz,H.: Physical Geodesy, Freeman, San Francisco, 1967.
- 7) Komaki K: The readjustment of the Meiji first order triangulation network by the projection method, Bull. of GSI, 29, part 2, 1985, p1-45.
- 8) Kuroish Y.,H.Ando, Y.Fukuda: A new hybrid geoid model for Japan, GSIGeo 2000, Journal of Geodesy, 2002, 76:428-436.
- 9) 建設省大臣官房技術調査室監修：建設省公共測量作業規程運用と解説、日本測量協会、1985.
- 10) 建設省大臣官房技術調査室監修：建設省公共測量作業規程運用と解説、日本測量協会、1996.
- 11) 川口京村：測量法解説、昭和39年、全国加除法令出版、
- 12) Leick A.: GPS Satellite Surveying, Wiley, New York Chichester Brisbane Tront Singapore, 1990.
- 13) 中根勝見：日本の鉛直線偏差2000、写真測量とリモートセンシング、Vol.41, NO5, 2002.
- 14) 日本測地学会：測地学の概観、1974年。
- 15) 日本測地学会：現代測地学、1994年。
- 16) 中根勝見，藤原智，大滝修：鉛直線偏差の精密な内挿，測地学会誌，41, pp.161-169, 1995.
- 17) 西修二郎：日本の天文ジオイドについて，国土地理院時報，55, pp.29-33, 1981.
- 18) Torge W.: Geodesy (3rd.edn.),Walter de Gruyter · Berlin · Newyork, 2001.
- 19) 陸地測量部沿革誌：陸地測量部、1922（大正11）年。